ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ' ΤΑΞΗ ΗΜ. ΓΕΝ. ΛΥΚΕΙΟΥ

12/06/2017

ΘΕΜΑ Α

A1. δ

A2. γ

A3. α

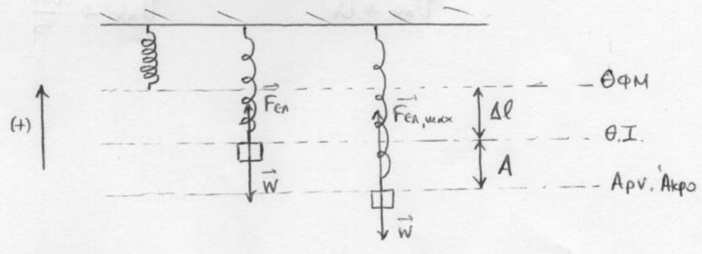
A4. δ

A5.
α) Λ
β) Σ
γ) Σ
δ) Σ
ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου αποτελεί τη θέση άνω άκρου της ταλάντωσης ($v_{ΑΡΧ}=0$) $\rightarrow \Delta l = A$

Στη θέση κάτω άκρου, η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου μεγιστοποιείται.



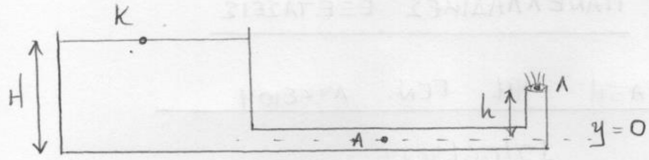
Θέση Ισορροπίας: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} - W = 0 \Rightarrow F_{ελ} = W \Rightarrow$

$\Rightarrow k\Delta l = mg \rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow A = \frac{mg}{k}$ (1)

Στο αρνητικό άκρο $\rightarrow U_{ελ,max} = \frac{1}{2}k(\Delta l + A)^2 = \frac{1}{2}k(2A)^2 =$

$= \frac{2m^2g^2}{k}$ (Επιλογή (ii))

B2)



Θεωρούμε στάθμη μηδενικού ύψους κατά μήκος του οριζόντιου σωλήνα.

Εξ. Bernoulli (K→Λ): $P_K + \frac{1}{2}\rho v_K^2 + \rho g y_K = P_Λ + \frac{1}{2}\rho v_Λ^2 + \rho g y_Λ \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{P_{atm}} + 0 + \cancel{\rho} g H = \cancel{P_{atm}} + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_Λ^2 + \cancel{\rho} g h \Rightarrow$

$\Rightarrow g \cdot 5h - gh = \frac{1}{2} v_Λ^2 \Rightarrow v_Λ^2 = 8gh \Rightarrow$

$\Rightarrow v_Λ = 2\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ (1)

Εξ. Συνέχειας (A→Λ): $\Pi_A = \Pi_Λ \Rightarrow \cancel{A_A} \cdot v_A = \cancel{A_Λ} \cdot v_Λ$

όμως $A_A = A_Λ$, λόγω σταθερού εμβαδού του σωλήνα,

Τελικά: $v_A = v_Λ \Rightarrow$
$\Rightarrow v_A = 2\sqrt{2gh}$ (iii)

B3) $f_B = \frac{v_{ηχ} + v_2}{v_{ηχ} + v_1} f_s = \frac{v_{ηχ} + \frac{v_{ηχ}}{10}}{v_{ηχ} + \frac{v_{ηχ}}{5}} f_s = \frac{\frac{11 v_{ηχ}}{10}}{\frac{6 v_{ηχ}}{5}} f_s = \frac{11}{12} f_s$

(ii)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) $\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 2\Delta t \rightarrow \boxed{T = 0{,}8\,s} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2{,}5\pi \ rad/s$

$$\upsilon_\delta = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_\delta = \frac{0{,}04}{0{,}4} \Rightarrow \upsilon_\delta = 0{,}1 \ m/s$$

$$\upsilon_\delta = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = \upsilon_\delta \cdot T \rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}08 \ m}$$

$$E_T = \frac{1}{2} D A^2 \Rightarrow E_T = \frac{1}{2} \Delta m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \Rightarrow 5\pi^2 \cdot 10^{-7} = \frac{1}{2} 10^{-6} \cdot (2{,}5\pi)^2 \cdot A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^2 = 0{,}16 \Rightarrow \boxed{A = 0{,}4m}$$

Γ2) $y = A \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0{,}4 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0{,}8} - \frac{x}{0{,}08}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{y = 0{,}4 \cdot \eta\mu(2{,}5\pi t - 25\pi x)} \quad (S.I.)$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1{,}4s$, το κύμα έχει διαδοθεί κατά $x_1 = \upsilon_\delta \cdot t_1 = 0{,}1 \cdot 1{,}4 = 0{,}14m$

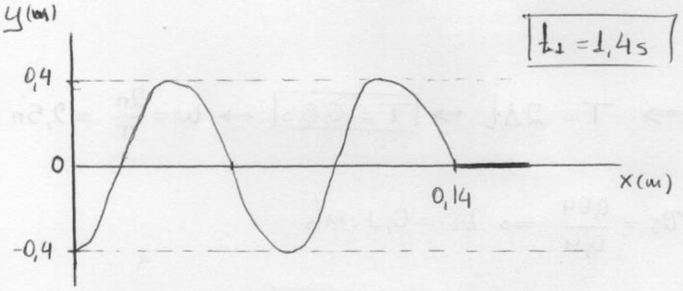
Σύγκριση με το μήκος κύματος : $\frac{x_1}{\lambda} = \frac{0{,}14}{0{,}08} \Rightarrow \frac{x_1}{\lambda} = 1{,}75 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_1 = 1{,}75\lambda \quad \acute{\eta} \quad x_1 = \lambda + \frac{3\lambda}{4}$$

Στην εξίσωση του κύματος, $y_{t_1} = 0{,}4 \cdot \eta\mu(2{,}5\pi \cdot t_1 - 25\pi x) \Rightarrow$

$$\Rightarrow y_{t_1} = 0{,}4 \cdot \eta\mu(3{,}5\pi - 25\pi x), \quad 0 \le x \le 0{,}14m$$

Για $x=0$, $y_{t_1(x=0)} = 0{,}4 \cdot \eta\mu 3{,}5\pi = -0{,}4m$



$\boxed{t_1 = 1{,}4s}$

Γ3) $\underline{\underline{ΑΔΕ:}}$ $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot \Delta m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = K + \frac{1}{2}\cdot \Delta m \cdot \omega^2 \cdot y^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2}\Delta m \cdot \omega^2 (A^2 - y^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2}\cdot 10^{-6} \cdot (2{,}5\pi)^2 \cdot (0{,}4^2 - 0{,}2^2) \Rightarrow \boxed{K = 0{,}375\pi^2 \cdot 10^{-6}\ J}$$

Γ4) $y_Σ = 0{,}4 \cdot ημ(2{,}5\pi t - 25\pi x_Σ)$ (1), $y_P = 0{,}4 \cdot ημ(2{,}5\pi t - 25\pi x_P)$ (2)

$$\Delta\varphi_{PΣ} = \varphi_P - \varphi_Σ \Rightarrow \Delta\varphi_{PΣ} = (2{,}5\pi t - 25\pi x_P) - (2{,}5\pi t - 25\pi x_Σ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi_{PΣ} = 25\pi(x_Σ - x_P) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3\pi}{2} = 25\pi(x_Σ - x_P) \Rightarrow x_Σ - x_P = 0{,}06 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_Σ = x_P + 0{,}06 \quad ή \quad x_P = x_Σ - 0{,}06 \quad \textbf{(3)}$$

$(2) \rightarrow y_P = 0{,}4 \cdot ημ(2{,}5\pi t - 25\pi x_P) \rightarrow 0{,}4 = 0{,}4 \cdot ημ(2{,}5\pi t - 25\pi x_P) \Rightarrow$

$$\Rightarrow ημ(2{,}5\pi t - 25\pi x_P) = ημ\frac{\pi}{2} \rightarrow 2{,}5\pi t - 25\pi x_P = \begin{cases} 2κ\pi + \frac{\pi}{2} & ή \\ 2κ\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Μοναδική λύση $\rightarrow 2{,}5\pi t - 25\pi x_P = 2κ\pi + \frac{\pi}{2}$, $κ \in Z$

Από (3) $\xrightarrow{\text{αντικατάσταση}} 2{,}5\pi t - 25\pi(x_Σ - 0{,}06) = 2κ\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

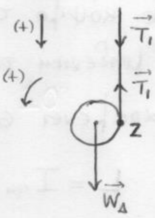
$$\Rightarrow 2{,}5\pi t - 25\pi x_Σ = 2κ\pi - \pi \quad (4)$$

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας για το Σ:

$$v_Σ = ω \cdot A \cdot συν 2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x_Σ}{λ}\right) \Rightarrow v_Σ = π \cdot συν(2{,}5πt - 25πx_Σ) \xRightarrow{(4)}$$

$$\Rightarrow v_Σ = π \cdot συν(2κπ - π) \Rightarrow v_Σ = π \cdot συνπ \Rightarrow \boxed{v_Σ = -π \ m/s}$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1) Σύνθετη Κίνηση Δίσκου:

ΘΝΜΚ: $ΣF = m \cdot a_{cm} \Rightarrow$

$$\Rightarrow W_Δ - T_1 = m \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mg - T_1 = m \cdot a_{cm} \quad (1)$$

ΘΝΣΚ: $Στ = I_{cm} \cdot a_{γων} \Rightarrow T_1 \cdot \cancel{R} = \frac{1}{2} m R^{\cancel{2}} \cdot a_{γων} \Rightarrow$

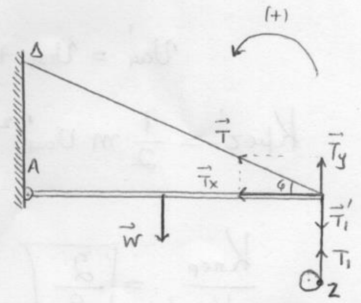
$$\Rightarrow T_1 = \frac{1}{2} m \cdot a_{cm} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \rightarrow \cancel{m}g = \frac{3}{2} \cancel{m} \cdot a_{cm} \rightarrow \boxed{a_{cm} = \frac{20}{3} \ m/s^2}$$

Δ2)

$$(2) \rightarrow T_1 = \frac{1}{2} m \cdot a_{cm} = \frac{1}{2} 2 \cdot \frac{20}{3} = \frac{20}{3} \ N \xrightarrow[\text{Νήμα}]{\text{Αβαρές}} T_1' = \frac{20}{3} \ N$$

Ισορροπία Ράβδου



$$Στ_{(A)} = 0 \rightarrow T_y \cdot \cancel{L} - T_1' \cdot \cancel{L} - w \cdot \frac{\cancel{L}}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T \cdot ημφ - T_1' - \frac{Mg}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{100}{3} \ N}$$

Δ3) $h_1 = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1^2 = \frac{2h_1}{a_{cm}} \Rightarrow t_1 = 0{,}3\,s$

$v_{cm} = a_{cm} \cdot t_1 \Rightarrow v_{cm} = 2\, m/s$

$v_Z = 0 \Rightarrow v_{γραμ(Z)} = v_{cm} \Rightarrow ω \cdot R = v_{cm} \Rightarrow ω = \frac{v_{cm}}{R} = 20\, rad/s$

Μετά το κόψιμο του νήματος, ασκείται μόνο το βάρος με μηδενική ροπή ($Στ = 0$). Επομένως, η γων. ταχύτητα παραμένει σταθερή.

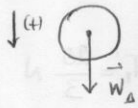
$L = I_{cm} \cdot ω = \frac{1}{2} mR^2 \cdot ω = \boxed{0{,}2\, kg m^2/s}$

Δ4) $\underline{t_1}$: $K_{περ} = \frac{1}{2} I_{cm} \cdot ω^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} mR^2\right) \cdot ω^2 = 2\, J$

μετά από $Δt' \rightarrow K_{περ} = σταθ = 2\, J$ $[Στ = 0]$

<u>Μεταφορική Κίνηση</u> $t \geq t_1$:

Ε.Ο.Επιτ. Κ με αρχική ταχύτητα $v_{cm} = 2\, m/s$



$ΣF = m \cdot a'_{cm} \Rightarrow W_Δ = m \cdot a'_{cm} \Rightarrow mg = m \cdot a'_{cm} \Rightarrow$
$\Rightarrow a'_{cm} = 10\, m/s^2$

$v'_{cm} = v_{cm} + a'_{cm} \cdot Δt' = 2 + 10 \cdot 0{,}1 = 3\, m/s$

$K'_{μετ} = \frac{1}{2} m \cdot v'^2_{cm} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot 3^2 = 9\, J$

$\frac{K_{περ}}{K'_{μετ}} = \boxed{\frac{2}{9}}$